# УДК 621.165:532.6

*А.В. РУСАНОВ*, д-р техн. наук; заместитель директора по научной работе, заведующий отделом «Гидроаэромеханики энергетических машин» ИПМаш НАН Украины, г. Харьков *Н.В. ПАЩЕНКО*, м.н.с. ИПМаш НАН Украины, г. Харьков

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВОДЫ И ВОДЯНОГО ПАРА ІАРWS-95 ПРИ РАСЧЕТАХ ТРЕХМЕРНЫХ ВЯЗКИХ ТЕЧЕНИЙ В ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЯХ ПАРОВЫХ ТУРБИН

Запропоновано підхід до апроксимації рівнянь стану води і водяної пари Міжнародного стандарту IAPWS-95 для розрахунків тривимірних течій пари в проточних частинах турбомашин, що забезпечує достатню точність визначення термодинамічних величин у всьому діапазоні роботи сучасних і перспективних парових турбін.

An approach to the approximation of the equations of state for water and steam International Standard IAPWS-95 for numerical simulation of 3-*D* flows of steam in the flowpart of turbomachinery, which provides sufficient accuracy of the thermodynamic quantities in the whole range of modern and advanced steam turbines.

#### Введение

В последние 10-15 лет при проектировании и доводке проточных частей турбомашин, в том числе паровых турбин, широко применяются методы моделирования пространственных вязких течений, основанные на численном интегрировании уравнений Рейнольдса [1-3 и др.]. Использование таких подходов позволило добиться существенного повышения газодинамической эффективности энергомашин, прежде всего за счет применения пространственного профилирования лопаточных трактов (сложный навал и обратная закрутка, профилирование меридиональных обводов, радиально-осевые ступени и др.). В большинстве программных комплексов для замыкания уравнений Рейнольдса используются простые уравнения достаточно состояния, такие как уравнение состояния совершенного газа, Таммана, Ван-дер-Ваальса и др. Во многих случаях их применение является оправданным и допустимым. Однако при рассмотрении процессов, в которых имеют место фазовые переходы рабочего тела (например, в цилиндрах низкого давления и конденсаторах паровых турбин ТЭС и ТЭЦ, а также проточных частях турбин АЭС), использование простых уравнений состояния позволяет хорошо моделировать качественную структуру потока, адекватно оценивать потери кинетической энергии, но при этом погрешность определения таких величин, как температура, расход, мощность может быть достаточно существенной. В более простых методах расчета паровых турбин (одномерных, квазиосесимметричных и др.) для описания термодинамических свойств воды и водяного пара уже длительное время используются уравнения состояния, основанные на уравнении Майера и Богомолова [4], вириальные коэффициенты для которого определяются с помощью эксперимента. На сегодняшний день в мире действует два основных Международных стандарта такого уравнения: формуляция IAPWS-95 [5] для научных расчетов и ее упрощение формуляция IAPWS-IF97 [6] для промышленных расчетов. Прямое использование этих уравнений состояния в трехмерных расчетах на современных компьютерах невозможно, так как в этом случае время вычислительного процесса увеличивается на 1-2 порядка. Наиболее сложным уравнением состояния, используемым в моделях

трехмерных течений, является уравнение с двумя членами ряда коэффициента сжимаемости [4].

В работе рассмотрен подход к аппроксимации (восполнению) уравнений состояния IAPWS-95 кривыми второго порядка по заранее посчитанным массивам термодинамических функций. Впервые идея подобной аппроксимации была высказана в работе [7]. Предложенный метод обеспечивает достаточную точность определения термодинамических величин во всем диапазоне работы современных и перспективных паровых турбин (максимальная погрешность не превышает  $\pm 0,1$ %), но при этом не требуется существенного увеличения вычислительных затрат.

## Метод расчета течения

Расчеты проводятся с помощью программного комплекса FlowER [3] основанного на численном интегрировании уравнений Рейнольдса. Для учета турбулентных эффектов используется SST-модель Ментера [8]. Исходные уравнения решаются с применением неявной ENO-схемы Годунова [9]. Для замыкания уравнений Рейнольдса, а также обработки результатов расчетов используется ряд зависимостей, вид которых зависит от используемого термодинамического уравнения состояния. В программном комплексе FlowER реализованы термические уравнения состояния совершенного газа [10], Таммана [11], Ван-дер-Ваальса [4] с постоянными и переменными теплоемкостями. Вид термодинамических функций замыкания для этих уравнений состояния представлен в [12].

#### Аппроксимация термодинамических функций замыкания на основе уравнений термодинамических свойств воды и водяного пара IAPWS-95

Уравнения международного общества термодинамических свойств воды и водяного пара формуляции 1995 года IAPWS-95 записаны на основе фундаментального уравнения Гельмгольца и представляют собой комбинации полиномов размером до 56 членов [5]. Получить аналитические выражения обратных термодинамических функций (не от переменных р и Т), необходимых для замыкания уравнений Рейнольдса, в большинстве случаев невозможно. Все вышесказанное делает неэффективным (с точки зрения вычислительных затрат) прямое использование уравнений IAPWS-95 для расчета трехмерных течений. Гораздо менее затратным является подход, предложенный в работе [7], когда функции замыкания определяются интерполированием рассчитанным по заранее массивам (таблицам) термодинамических величин. Однако, как показал опыт авторов, для обеспечения приемлемой точности определения термодинамических параметров в широком диапазоне изменения (например, в диапазоне рабочих режимов современных паровых турбин) может оказаться необходимым хранение массивов больших размерностей. Для уменьшения размерностей хранимых массивов без ущерба по точности интерполяции в работе предложено несколько приемов, описанных ниже.

Если независимыми переменными для определения термодинамических величин являются давление и/или плотность, то, в зависимости от рассматриваемого диапазона, величина шагов между точками массивов существенно изменяется. Так, например, в паровой турбине К-325-23,5 в ЦНД давление изменяется от  $3 \cdot 10^3$  до  $2 \cdot 10^5$  Па, а в ЦВД – от  $3 \cdot 10^6$  до  $2,4 \cdot 10^7$  Па, соответственно, абсолютная величина приращения по давлению для этих объектов должна быть разной (аналогично по плотности). При подобных условиях целесообразно в качестве независимых переменных рассматривать давление и плотность в логарифмической шкале.

Если базовыми (опорными) точками для определения какой-либо термодинамической величины являются значения искомой функции, то в связи со значительной (как правило) нелинейностью термодинамических функций требуется достаточно большое количество опорных точек для обеспечения приемлемой точности интерполяции. Уравнения IAPWS-95 можно представить как уравнение состояния совершенного газа с безразмерным коэффициентом сжимаемости, зависимым от двух независимых переменных, например, р и р. Изменение этого коэффициента гораздо менее существенно по сравнению со значениями искомых термодинамических функций. Тогда целесообразно в качестве базовых (опорных) точек хранить значения не искомых термодинамических величин, а значения соответствующих безразмерных коэффициентов сжимаемости. В этом случае искомые термодинамические величины замыкания уравнений Рейнольдса будут определяться для по аналитикоинтерполяционным зависимостям:

$$T = \frac{p}{\rho R z_{-} t(\rho, p)}; \quad \rho = \frac{p}{i} z_{-} \rho(i, p); \quad \varepsilon = \frac{p}{s} \frac{z_{-} \varepsilon(\rho, p)}{z_{-} t(\rho, p)}; \quad p = \rho \cdot \varepsilon \cdot z_{-} p(\rho, \varepsilon);$$

$$a = \sqrt{\frac{p}{s} \frac{z_{-} a(\rho, p)}{z_{-} t(\rho, p)}}; \quad i = \frac{p}{\rho} \left( 1 + \frac{z_{-} \varepsilon(\rho, p)}{z_{-} t(\rho, p)} \right); \quad C_{\nu} = R \cdot z_{-} C_{\nu}(\rho, p); \quad C_{p} = R \cdot z_{-} C_{p}(\rho, p);$$

$$S = R \cdot z \_ S(\rho, p); \quad \varepsilon_p = \frac{z \_ \varepsilon(\rho, p)}{\rho \cdot z \_ t(\rho, p)}; \quad \varepsilon_\rho = -\frac{p}{\rho} \frac{z \_ \varepsilon(\rho, p)}{z \_ t(\rho, p)}; \quad S_p = \frac{C_v}{p}; \quad S_\rho = -\frac{C_p}{\rho};$$

 $T_{p} = \frac{1}{\rho R \cdot z_{-} t(\rho, p)}; \quad T_{\rho} = -\frac{p}{\rho^{2} R \cdot z_{-} t(\rho, p)}, \text{ где } R - \text{газовая постоянная для пара [5];} \\ z_{-} t(\rho, p), \quad z_{-} \rho(i, p), \quad z_{-} \varepsilon(\rho, p), \quad z_{-} p(\rho, \varepsilon), \quad z_{-} C_{\nu}(\rho, p), \quad z_{-} S(\rho, p) - \rho(\rho, p), \quad z_{-} S(\rho, p) - \rho$ 

безразмерные коэффициенты сжимаемости для соответствующих термодинамических величин, определяемые с помощью интерполяции. При вычислении плотности, в отличии от других уравнений состояния, используемых в программном комплексе FlowER, вместо независимой переменной *T* применяется энтальпия, что позволяет избавиться от неоднозначности в двухфазной области течения. Формулы для определения частных производных от внутренней энергии, энтропии и температуры являются упрощенными, полученными в предположении, что коэффициенты сжимаемости в рассматриваемой точке течения являются константами. Такое допущение оправдано, так как эти величины используются в итерационных процессах для решения нелинейных уравнений, а описанное упрощение повышает устойчивость этих процессов.

Значения полных и изоэнтропических термодинамических величин определяются итерационно с помощью методики, описанной в [12].

Величины безразмерных коэффициентов сжимаемости в базовых точках

определяются как:  $z_t = \frac{p}{\rho RT}; \quad z_{-}\varepsilon = \frac{\varepsilon}{RT}; \quad z_{-}\rho = \frac{i\rho}{p}; \quad z_{-}p = \frac{p}{\rho \cdot \varepsilon}; \quad z_{-}a = \frac{a^2}{RT};$  $z_{-}C_{\nu} = \frac{C_{\nu}}{R}; \quad z_{-}C_{p} = \frac{C_{p}}{R}; \quad z_{-}S = \frac{S}{R},$  где соответствующие величины  $p, \rho, T, \varepsilon, i, a, C_{p},$ 

 $C_{\nu}$  и *S* вычисляются с помощью уравнений формуляции IAPWS-95 [5]. Интерполяция коэффициентов сжимаемости выполняется с помощью ENO полинома второго порядка, который обеспечивает отсутствие осцилляций.

# Оценка погрешности аппроксимации термодинамических функций замыкания



Рис. 1. Области определения термодинамических функций

Для аппроксимации безразмерных коэффициентов сжимаемости как функций двух независимых переменных использовались двухмерные массивы опорных точек размерностью 1001×1001. На рис. 1 сплошной линией показана область определения массивов ОТ независимых переменных давления и плотности:

> 500 Па  $\leq p \leq 3,5 \cdot 10^7$  Па; 4 · 10<sup>-3</sup> кг/м<sup>3</sup>  $\leq \rho \leq 210$  кг/м<sup>3</sup>; 0,01 °C  $\leq T \leq 800$  °C.

Штриховой линией обозначена область работы современных и перспективных паровых турбин. В области определения термодинамических функций средняя погрешность аппроксимации по всем величинам не

превышает 0,05 %, а максимальная – 0,8 %. В области работы паровых турбин средняя погрешность аппроксимации не превосходит 0,01 %, а максимальная – 0,1 %.

#### Численные результаты

Для проверки предложенной методики выполнены расчеты пространственного течения пара в отсеке низкого давления пятиступенчатой паровой турбины мощностью 360 МВт, результаты которых сравнивались с экспериментальными данными [13]. Получено удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных.

С использованием предложенной методики учета свойств воды и водяного пара, проведено численное исследование трехмерного вязкого течения в одной из модификаций трехступенчатой проточной части ЦНД паровой турбины К-200-130 [14] с длиной рабочей лопатки последней ступени l = 755 мм (модификация ХЦКБ «Энергопрогресс»). В табл. 1 приведены основные геометрические характеристики проточной части, а на рис. 2 представлен ее вид.

Таблица 1

Попомотр	1-я ст	упень	2-я ст	упень	3-я ступень		
Параметр	HA	РК	HA	РК	HA	РК	
<i>l/b</i> *	3,95	5,54	3,58	7,7	3,42	6,95	
$t/b^*$	0,77	0,65	0,75	0,72	0,77	0,59	
$D_{ m cp}/l$	4,73	4,65	3,59	3,55	3,1	2,95	
<i>Z</i> , шт	76	124	54	120	42	94	
$\alpha_{13\phi}, \beta_{23\phi}, $ градус *	11,16	14,83	12,07	17,66	14,8	31,61	

Основные геометрические характеристики ЦНД

на среднем диаметре

Расчеты выполнялись при следующих условиях: полное давление на входе – 117 кПа, полная температура на входе – 493 К, расход пара в отборе – 2,276 кг/с,

статическое давление на выходе – 12,3 кПа, 8 кПа, 5 кПа, 3,5 кПа (в зависимости от режима). Для отображения физической области на расчетную использовались структурированные сетки *H*-типа с суммарным числом ячеек около 5 млн. При этом значение  $Y^+$  у стенки не превышает 2,5.



*а* – меридиональное сечение; *б* – трехмерное изображение Рис. 2. Проточная часть ЦНД паровой турбины мощностью 200 МВт

В табл. 2 и на рис. 3–4 представлены сравнения некоторых результатов газодинамических расчетов, полученных с использованием уравнений состояния Таммана, Ван-дер-Ваальса и Международного стандарта IAPWS-95, а также результатов расчетов ХЦКБ «Энергопрогресс».

Результаты газодинамических расчетов ЦНД

Таблица 2

Пара- метры	Расчеты ХЦКБ «Энергопрогресс»			Уравнение состояния Таммана			Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса			Уравнение состояния IAPWS-95						
Р <sub>вых</sub> , кПа	12,3	8	5	3,5	12,4	8	5	3	12,4	8	5	3,3	12,4	8	5	3,3
<i>Т</i> <sub>вых</sub> , К	323	308	299	300	325,3	314,9	308,5	292,9	337,6	328,3	323	307,2	322,9	314	306,4	299,5
<i>I</i> <sub>вых</sub> , кДж∕кг	2552	2505	2474	2471	2572	2590	2622	2631	2557	2496	2447	2374	2555	2510	2478	2465
<i>G</i> <sub>вых</sub> , кг/с	54,36	54,36	54,36	54,36	54,29	53,61	53,46	53,89	55,55	55,83	56,01	56,1	54,61	54,62	54,58	54,7
<i>N</i> <sub>ЦНД</sub> , MBт	18,69	21,63	23,63	23,91	19,8	23,14	25,26	25,65	19,71	22,72	24,38	24,5	19,3	22,18	23,99	24,17

Из представленных результатов видно, что результаты расчетов, выполненных с использованием уравнений состояния Международного стандарта IAPWS-95, достаточно существенно отличаются от расчетов, в которых используются более простые уравнения состояния (Таммана и Ван-дер-Ваальса) по таким величинам как

температура, энтальпия, расход, мощность. Также следует отметить, что наибольшее несогласование наблюдается по величине объемных расходов на режиме самого низкого давления в конденсаторе (3,5 кПа). Наилучшее согласование результатов наблюдается между расчетом с уравнением состояния IAPWS-95 и расчетом ХЦКБ «Энергопрогресс», в котором используется аналогичное уравнение состояния.





Рис. 3. Результаты газодинамических расчетов ЦНД

#### Заключение

Предложен подход к аппроксимации уравнений состояния воды и водяного пара (IAPWS-95) для расчетов трехмерных течений пара в проточных частях турбомашин, который обеспечивает среднюю погрешность аппроксимации термодинамических функций в области работы современных и перспективных турбомашин менее 0,01 %, а максимальную погрешность – менее 0,1 %. Использование данного подхода позволяет обеспечить более точное моделирование трехмерных течений влажного пара в проточных частях турбин по сравнению с моделями, в которых используются более простые уравнения состояния.

Список литературы: 1. ANSYS Products / ANSYS, Inc. All Rights Reserved. Terms & Conditions. -Available from: http://www.ansys.com. 2. FlowVision / FlowVision: The Lean Business & Supply Chain Consulting Group. – Available from: http://www.flowvision.com. 3. Свідоцтво про державну реєстрацію прав автора на твір, ПА № 77. Державне агентство України з авторських та суміжних прав. Комплекс програм розрахунку тривимірних течій газу в багатовінцевих турбомашинах «FlowER» / С.В. Єршов, А.В. Русанов. – 19.02.1996. 4. Нащокин В.В. Техническая термодинамика и теплопередача / В.В. Нащокин. – М.: Высшая школа, 1980. – 496 с. 5. IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. -Available from: http://www.iapws.org. 6. IAPWS, Revised Release on the IAPWS Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam (The revision only relates to the extension of region 5 to 50 MPa). – Available from: http://www.iapws.org. 7. Ершов С.В. Численное моделирование трехмерных вязких течений несовершенного газа в турбомашинах. Часть 1. Постановка задачи / С.В. Ершов, А.В. Русанов // Пробл. машиностроения. – 2002. – 5(4). – С. 18-25. 8. Menter F.R. Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA J. – 1994. – 32, № 11. – P. 1299-1310. 9. Ершов С.В. Квазимонотонная ENO схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье-Стокса // Мат. моделирование. – 1994. – 6, № 11. – С. 58-64. 10. Зоммерфельд А. Термодинамика и статическая физика. – М.: Иностранная литература, 1995. – 479 с. 11. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов и др. – М.: Наука, 1976. – 400 с. 12. Русанов А.В. Математическое моделирование нестационарных газодинамических процессов в проточных частях турбомашин / А.В. Русанов, С.В. Ершов. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2008. – 275 с. 13. Русанов А.В. Использование уравнений термодинамических свойств водяного пара IAPWS-95 в 3-D расчетах / А.В. Русанов, Н.В. Пащенко // Восточ.-Европ. журн. передовых технологий. – 2010. – № 5/7(47). – С. 37-41. 14. Мамонтов Н.И. Некоторые проблемы реконструкции и модернизации паровых турбин тепловых электростанций Украины / Н.И. Мамонтов, Т.Н. Пугачева // Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование. Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. науч. трудов – Харьков: НТУ «ХПИ», 2008. – № 6. – С. 152-161.

> © Русанов А.В., Пащенко Н.В., 2011 Поступила в редколлегию 14.02.11